ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΤΡΙΤΗ 2 ΙΟΥΝΙΟΥ 2026

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

Ενδεικτικές απαντήσεις

ΘΕΜΑ Α

Α1) Σελίδα 65

Α2) Σελίδα 87

Α3) Σελίδα 27

Α4) α. Λάθος β. Σωστό γ. Σωστό δ. Λάθος ε. Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1, \quad x \in \mathbb{R}$.

Η παράγωγός της είναι:

$$f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1\right)' = \frac{1}{3}\cdot 3x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x - 3$$

Β2) Έχουμε:

- $f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = -1$ ή $x = 2$, άρα:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
f′		+		−	0	+	
f		↗		↘		↗	

Άρα:

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty, -1]$ και $[3, +\infty)$

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-1, 3]$

Στη θέση $x = -1$ η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο, με τιμή:

$$f(-1) = \frac{1}{3}(-1)^3 - (-1)^2 - 3(-1) + 1 = -\frac{1}{3} - 1 + 3 + 1 = \frac{8}{3}$$

Στη θέση x = 3 η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο, με τιμή:

$$f(3) = \frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - 3(3) + 1 = 9 - 9 - 9 + 1 = -8$$

Β3) Έστω $y = \lambda x + \beta$ η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f

στο σημείο της $A(0, f(0))$. Είναι:

- $x_0 = 0$
- $\lambda = f'(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 - 3 = -3$
- $f(0) = \frac{1}{3}(0)^3 - (0)^2 - 3(0) + 1 = 1$
- $y = \lambda x + \beta \Rightarrow 1 = -3 \cdot 0 + \beta \Rightarrow \beta = 1$, άρα η εφαπτομένη είναι:

$$y = -3x + 1$$

Β4) Είναι:

$$\lim_{x \to -1} \frac{f'(x)}{x+1} = \lim_{x \to -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x \to -1} (x-3) = -1 - 3 = -4$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Έχουμε:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i}{\nu} \Rightarrow 4 = \frac{4+5+4+\kappa+0+3+7}{7} \Rightarrow 4 = \frac{23+\kappa}{7} \Rightarrow$$

$$4 \cdot 7 = 23 + \kappa \Rightarrow \kappa = 5$$

Γ2) Για να βρούμε τη διάμεσο, διατάσσουμε τις ν = 7 παρατηρήσεις σε **αύξουσα σειρά**:

0, 3, 4, 4, 5, 5, 7

Η διάμεσος βρίσκεται στη θέση $\frac{\nu+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4$, άρα είναι η 4^{η} παρατήρηση,

οπότε:

$$\delta = 4$$

Γ3) Έχουμε:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{v}(x_i - \bar{x})^2}{v} = \frac{(0-4)^2 + (3-4)^2 + 2(4-4)^2 + 2(5-4)^2 + (7-4)^2}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

Γ4) Η τυπική απόκλιση είναι: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = 2$

Άρα ο συντελεστής ομοιογένειας είναι:

$$CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{2}{4} = 0,5$$

Επειδή $CV = 0,50 > 0,10$, άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Για το εμβαδόν έχουμε:

$$E = x \cdot y \Longrightarrow 100 = x \cdot y \Longrightarrow y = \frac{100}{x}$$

Άρα η περίμετρος είναι:

$$\Pi = 2x + 2y = 2x + \frac{200}{x}, \quad x > 0$$

Δ2) Είναι:

$$\Pi'(x) = (2x)' + \left(\frac{200}{x}\right)' = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2 - 200}{x^2}$$

Έχουμε:

$$\Pi'(x) = 0 \Longrightarrow \frac{2x^2 - 200}{x^2} = 0 \Longrightarrow 2x^2 = 200 \Longrightarrow x^2 = 100 \overset{x>0}{\Longrightarrow} x = 10$$

Οπότε:

x	0	10	$+\infty$
Π'	$-$	0	$+$
Π	↘		↗

Άρα η περίμετρος γίνεται είναι γνησίως φθίνουσα για $x \in (0,10)$ και γνησίως αύξουσα για $x \in (10, +\infty)$

Η περίμετρος γίνεται ελάχιστη για $x = 10$. Η πλευρά y του ορθογωνίου είναι:

$$y = \frac{100}{x} = \frac{100}{10} = 10$$

Οπότε $x = y = 10$, άρα το ορθογώνιο είναι τετράγωνο.

Δ3) Η συνάρτηση για $x \in (0,10)$ είναι γνησίως φθίνουσα, άρα:

- $x_1 < x_2 \Longrightarrow x_1 - x_2 < 0$
- $x_1 < x_2 \xRightarrow{\Pi \text{ φθίνουσα}} \Pi(x_1) > \Pi(x_2) \Longrightarrow \Pi(x_1) - \Pi(x_2)$

Άρα: $A < 0$

Δ4) Είναι:

$$\lim_{x\to 10}\frac{\Pi'(x)}{\sqrt{10x}-10} = \lim_{x\to 10}\frac{\frac{2x^2-200}{x^2}}{\sqrt{10x}-10} = \frac{2x2-200}{x2\cdot(\sqrt{10x}-10)} = \frac{2(x2-100)(\sqrt{10x}+10)}{x2\cdot}$$

$$= \frac{2(x-10)(x+10)(\sqrt{10x}+10)}{x^2\cdot(10x-100)} = \frac{2(x-10)(x+10)(\sqrt{10x}+10)}{10x^2\cdot(x-10)} =$$

$$= \frac{(x+10)(\sqrt{10x}+10)}{5x^2} = \frac{20\cdot(10+10)}{5\cdot 100} = \frac{20\cdot 20}{500} = \frac{400}{500} = \frac{4}{5}$$

Οι απαντήσεις των θεμάτων είναι ενδεικτικές

Επιμέλεια σχολιασμού: η ομάδα μαθηματικών του φροντιστηρίου ΣΥΣΤΗΜΑ ΠΥΛΑΙΑΣ-ΠΑΝΟΡΑΜΑΤΟΣ-ΧΟΡΤΙΑΤΗ