Φροντιστήρια ΣΥΣΤΗΜΑ
Πυλαία - Χορτιάτης

Επιμέλεια απαντήσεων:

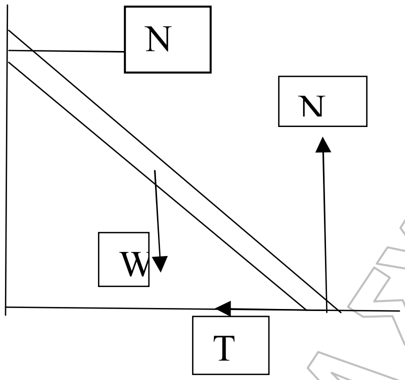
Ακριτίδης Γεώργιος
Δισλόγλου Κωνσταντίνος
Νυστάζος Γεώργιος

ΘΕΜΑ Α

$A_1 \rightarrow \gamma$, $A_2 \rightarrow \delta$, $A_3 \rightarrow \gamma$, $A_4 \rightarrow \beta$, $A_5 \rightarrow$ Σ, Λ, Σ ,Σ ,Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1) Σωστή απάντηση η (ii).



Ισορροπία σκάλας:

$\Sigma F x = 0 \Rightarrow N_A = T_\sigma$ (1) $\quad \Sigma F y = 0 \Rightarrow N_B = W$ (2)

$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow W \frac{L}{2} \sigma\upsilon\nu\varphi = N_A L\ \eta\mu\varphi \Rightarrow T_\sigma = \frac{N_B}{2\ \varepsilon\varphi\varphi}$

Για να ισορροπεί η σκάλα:

$T_\sigma \leq T_{\sigma max} \Rightarrow \varepsilon\varphi\varphi \geq \frac{1}{2\mu}$

Άρα $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{1}{2\mu}$

Β2) Σωστή απάντηση η (i).

Ισορροπία εμβόλου:

$F_{atm} + w = F_A \Rightarrow p_{atm} A + W = p_A A$ (1)

$$p_1 = p_A + \rho g h \quad (2)$$

• Θ.Ν.Υ:

• Bernoulli (Δ→2)

$$p_\Delta + \rho g H = p_2 + \frac{1}{2}\rho \upsilon_2^2 \quad \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{2gH} \quad (3)$$

• Εξίσωση συνέχειας:

$$\Pi_1 = \Pi_2 \Rightarrow A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2 = 2\upsilon_1 \quad (4)$$

• Bernoulli 1→2

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho \upsilon_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho \upsilon_2^2 \quad \Rightarrow p_1 = p_{atm} + \frac{3}{2}\rho \upsilon_1^2 \quad (5)$$

Από (1) + (2) + (3) + (4) + (5) προκύπτει: $W = \dfrac{\rho g H A}{2}$

B3) Σωστή απάντηση η (iii).

• Α.Δ.Ο στον χ : $p_{\pi\rho\iota\nu} = p_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \Rightarrow m\upsilon_1 = 2m\upsilon'_{2\chi} \Rightarrow \upsilon_1 = \upsilon'_2\sqrt{3} \quad (1)$

• Α.Δ.Ο στον y : $p_{\pi\rho\iota\nu} = p_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \Rightarrow m\upsilon'_1 = 2m\upsilon'_2\frac{1}{2} \Rightarrow \upsilon'_1 = \upsilon'_2 \quad (2)$

• Α.Δ.Ο για την πλαστική κρούση :

$$p_{\pi\rho\iota\nu} = p_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \Rightarrow m\upsilon'_1 = 2mV_K \Rightarrow \upsilon'_1 = 2V_K \quad (3)$$

$$\frac{K_T}{K_{1\pi\rho\iota\nu}} = \frac{\frac{1}{2}2mV_K^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_1^2} = \frac{1}{6}$$

Γ΄ Θέμα

Γ1. Όταν οι διακόπτες δ_1 και δ_2 είναι ανοικτοί ισχύει:

$$\bar{P} = I_{\varepsilon\nu}^2 \cdot R_1 \Rightarrow 12 = I_{\varepsilon\nu}^2 \cdot 6 \Rightarrow I_{\varepsilon\nu}^2 = 2 \Rightarrow \boxed{I_{\varepsilon\nu} = \sqrt{2}A}$$

$$I = I_{\varepsilon\nu} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow I = \sqrt{2}^2 \Rightarrow \boxed{I = 2A}\ \acute{\alpha}\rho\alpha\ V = I \cdot R_1 \Rightarrow \boxed{V = 2 \cdot 6 = 12V}$$

Γ2. Διπλασιάζοντας την συχνότητα έχουμε : $f'' = 2f \Rightarrow \omega' = 2\omega \Rightarrow \boxed{\omega' = 100\pi\ rad/s}$

u = ΝωΒΑημ(50πt) ενώ μετά τον διπλασιασμό έχουμε u΄ = Νω΄ΒΑημ(100πt)

$\upsilon' = 2V$ημ(100πt) $\Rightarrow \boxed{\upsilon' = 24\eta\mu(100\pi t)}\ (S.I.)$. Για την ισχύ έχουμε:

$$P = \frac{\upsilon^2}{R_1} = \frac{24^2 \cdot \eta\mu^2(100\pi t)}{6} \Rightarrow \boxed{P = 96\eta\mu^2(100\pi t)(S.I.)}$$ Αντικαθιστώντας για t = $5 \cdot 10^{-3}$s έχουμε:

$$\boxed{P = 96W}$$

Γ3. Με το που ανοίγουμε τον διακόπτη δ_1 και ασκούμε στην ράβδο ΚΛ δύναμη F ξεκινά ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση άρα ισχύει ο 2ος Νόμος του Νεύτωνα:

$\Sigma F = ma \Rightarrow F = ma \Rightarrow 0,5 = 0,5a \Rightarrow \boxed{a = 1m/s^2}$ άρα ισχύει $\upsilon = at \Rightarrow \boxed{\upsilon = 1\cdot 2 = 2m/s}$.

Μόλις κλείσουμε τους διακόπτες δ_2 και δ_3 και εφόσον η ράβδος κινείται με σταθερή ταχύτητα πρέπει να ισχύει ο 1ος Νόμος του Νεύτωνα άρα η F_L να ισούται με την F.

$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_L = F \Rightarrow F_L = 0,5 \Rightarrow \boxed{B\cdot I\cdot L = 0,5}$ (1)

Καθώς ο αγωγός ΚΛ του σχήματος κινείται απομακρυνόμενος από τα άκρα Α και Δ αυξάνεται η μαγνητική ροη που διέρχεται από το κύκλωμα ΑΚΛΔ. Σε χρονική διάρκεια Δt ο αγωγός ΚΛ έχει μετακινηθεί κατά Δx οπότε έχει μεταβληθεί το εμβαδόν του κυκλώματος κατά ΔΑ = Δx ·L. Για το μέτρο της Η.Ε.Δ από επαγωγή έχουμε:

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(\mathrm{B}\cdot A)}{\Delta t} = \frac{\mathrm{B}\cdot\Delta A}{\Delta t} = \frac{\mathrm{B}\cdot\Delta x\cdot L}{\Delta t} = B\upsilon L\,(2)$$

Από τις εξισώσεις (1) και (2) και τον νόμο του Ohm στο κλειστό κύκλωμα ΑΚΛΔ έχουμε :

$$\mathrm{I}_{\varepsilon\pi} = \frac{B\upsilon L}{R_{o\lambda}} \text{ με } R_{o\lambda} = \frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2} + R_{\mathrm{K\Lambda}} \Rightarrow R_{o\lambda} = \frac{6\cdot 3}{6+3} + 2 \Rightarrow \boxed{R_{o\lambda} = 4\Omega}$$

$$\mathrm{I}_{\varepsilon\pi} = \frac{B\upsilon L}{R_{o\lambda}} \Rightarrow \boxed{\mathrm{B} = 1\mathrm{T}}$$

Γ4. $\boxed{W_{F(0-2)} = F\cdot x = F\cdot\frac{1}{2}at^2 = 1J}$ $\boxed{W_{F(2-5)} = F\cdot x = F\cdot\upsilon\cdot t = 3J}$

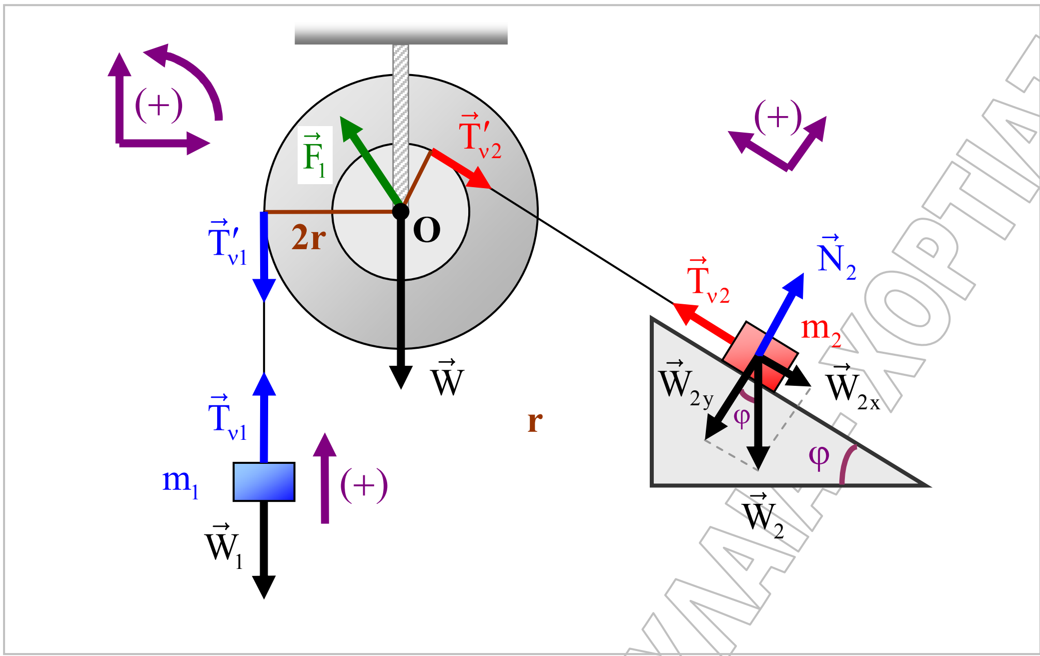
$V_2 = E_{\varepsilon\pi} - \mathrm{I}\cdot R_{\mathrm{K\Lambda}} \Rightarrow V_2 = 2 - 0,5\cdot 2 \Rightarrow \boxed{V_2 = 1V}$ όμως ισχύει:

$Q_{R_2} = \frac{V_2^2}{R_2}\cdot t = \frac{1}{3}\cdot 3 = 1J \Rightarrow \boxed{Q_{R_2} = 1J}$ Επομένως :

$$\pi(\%) = \frac{Q_{R_2}}{W_F}\cdot 100\% = \frac{1}{4}\cdot 100\% = 25\%$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Αναλύουμε το W_2: $\eta\mu\varphi = \dfrac{W_{2x}}{W_2} \Rightarrow 0,6 = \dfrac{W_{2x}}{50} \Rightarrow \boxed{W_{2x} = 30\text{ N}}$

Το σώμα Σ_2 **ισορροπεί**, οπότε:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{\nu2} - W_{2x} = 0 \Rightarrow T_{\nu2} - 30 = 0 \Rightarrow \boxed{T_{\nu2} = 30\text{ N}}$$

Είναι όμως: $\boxed{T'_{\nu2} = T_{\nu2} = 30\text{ N}}$ (δράση - αντίδραση και αβαρές νήμα)

Η τροχαλία **ισορροπεί** στην **στροφική** με άξονα το σημείο Ο, οπότε:

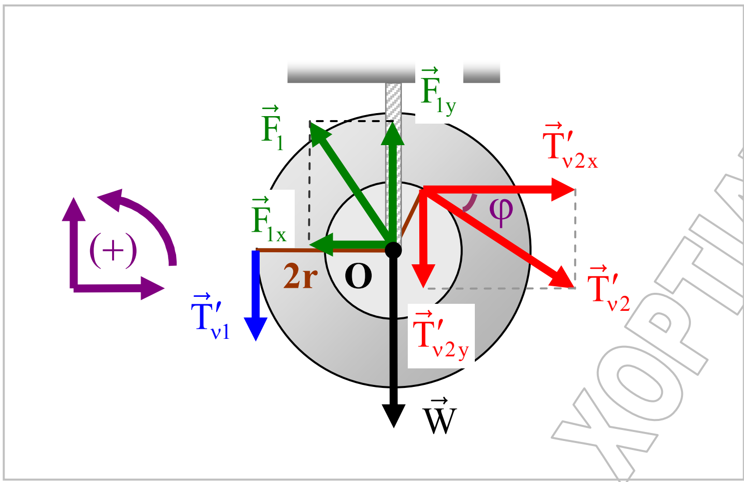
$\boxed{\tau_{F1} = \tau_W = 0}$ διότι οι δυνάμεις ασκούνται στον άξονα Ο.

$$\Sigma\tau_O = 0 \Rightarrow\Rightarrow \tau_{T'\nu1} - \tau_{T'\nu2} = 0 \Rightarrow T'_{\nu1}2r - T'_{\nu2}r = 0 \Rightarrow T'_{\nu1}\cdot 2 - 30 = 0 \Rightarrow \boxed{T'_{\nu1} = 15\text{ N}}$$

Είναι όμως: $\boxed{T'_{\nu1} = T_{\nu1} = 15\text{ N}}$ (δράση - αντίδραση και αβαρές νήμα)

Το σώμα Σ_1 **ισορροπεί**, οπότε:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{\nu1} - W_1 = 0 \Rightarrow 15 - m_1 g = 0 \Rightarrow \boxed{m_1 = 1,5\text{ Kg}}$$



Υπολογίζουμε το βάρος της τροχαλίας: $W = mg = 1,5 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{W = 15\ N}$

Αναλύουμε την T'_{v2}: $\eta\mu\varphi = \dfrac{T'_{v2y}}{T'_{v2}} \Rightarrow 0,6 = \dfrac{T'_{v2y}}{30} \Rightarrow \boxed{T'_{v2y} = 18\ N}$

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{T'_{v2x}}{T'_{v2}} \Rightarrow 0,8 = \frac{T'_{v2x}}{30} \Rightarrow \boxed{T'_{v2x} = 24\ N}$$

Η τροχαλία **ισορροπεί** στην **μεταφορική**:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T'_{v2x} - F_{1x} = 0 \Rightarrow 24 - F_{1x} = 0 \Rightarrow \boxed{F_{1x} = 24\ N}$$

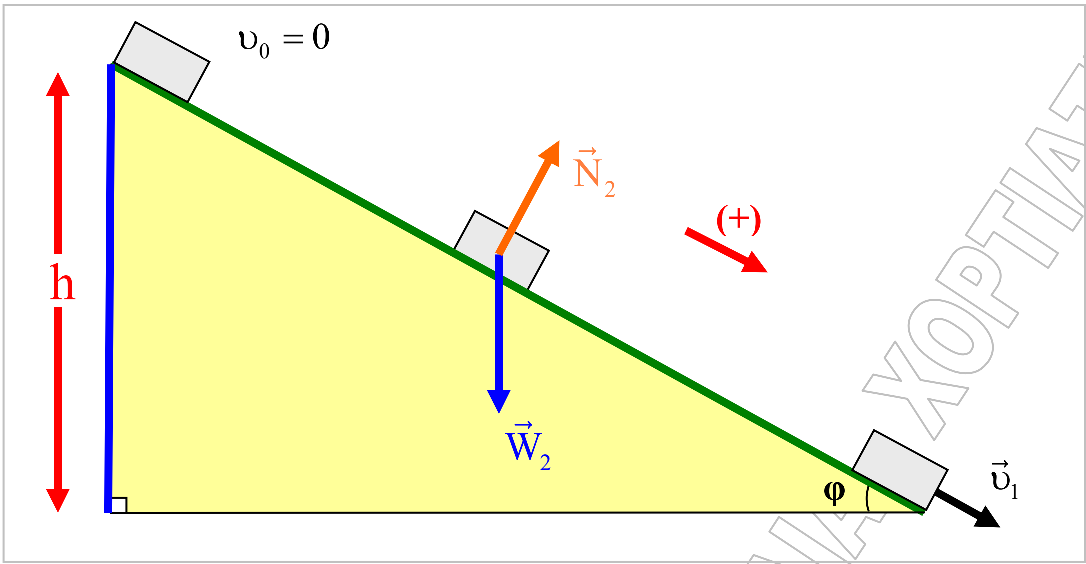
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{1y} - T'_{v1} - T'_{v2y} - W = 0 \Rightarrow F_{1y} - 15 - 18 - 15 = 0 \Rightarrow \boxed{F_{1y} = 48\ N}$$

$$F_1 = \sqrt{F_{1x}^{\ 2} + F_{1y}^{\ 2}} = \sqrt{24^2 + 48^2} \Rightarrow \boxed{F_1 = 24\sqrt{5}\ N} \quad ή \quad \boxed{F_1 = \sqrt{2880}\ N}$$

Δ2. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του Σ_2 στο κεκλιμένο.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{W2} + W_{N2} \Rightarrow \frac{1}{2}m_2\upsilon_1^{\ 2} - 0 = m_2gh + 0 \Rightarrow \frac{1}{2}\upsilon_1^{\ 2} = 10 \cdot 1,8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\upsilon_1 = 6\ m/s}$$



Στο οριζόντιο επίπεδο, επειδή δεν έχουμε τριβές το σώμα Σ_2 κάνει **Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση** με το μέτρο της ταχύτητας να είναι υ_1. Επομένως ο χρόνος που χρειάζεται για να διανύσει το τμήμα ℓ είναι:

$$\upsilon_1 = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 6 = \frac{3\pi/5}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{\pi}{10}\,\text{s}}$$

Το σώμα Σ_3 όταν κοπεί να νήμα θα εκτελέσει ΑΑΤ. Και επειδή είναι ακίνητο, θα βρίσκεται σε ΑΘ.

Επειδή η ταλάντωση πραγματοποιείται σε οριζόντιο επίπεδο, η θέση ΦΜ θα συμπίπτει με την ΘΙ της ΑΑΤ.

Επομένως ο χρόνος που χρειάζεται για να κινηθεί από την ΑΘ στην ΘΙ θα είναι Τ/4. Ο χρόνος αυτός είναι ίσος με τον χρόνο που το Σ_2 διανύει το μήκος ℓ. Άρα:

$$\Delta t = \frac{T}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{10} = \frac{T}{4} \Rightarrow \boxed{T = \frac{2\pi}{5}\,\text{s}}$$

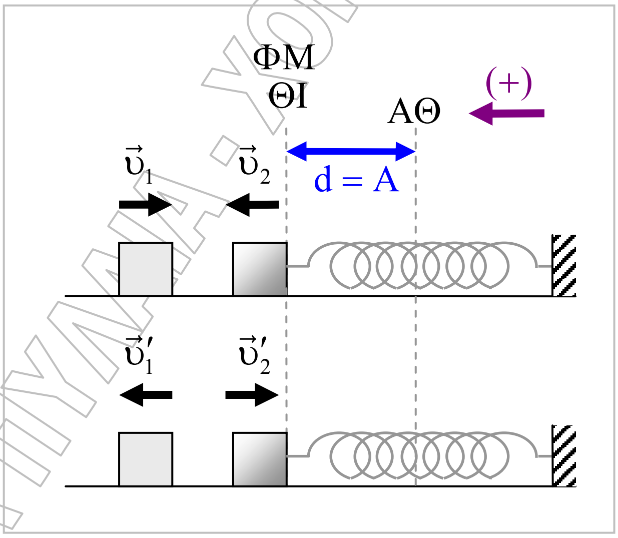
Από την θεωρία γνωρίζουμε ότι:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_3}{k}} \Rightarrow \frac{2\pi}{5} = 2\pi\sqrt{\frac{5}{k}} \Rightarrow \boxed{k = 125\ \text{N/m}}$$

Δ3. Επειδή η ταλάντωση πραγματοποιείται σε λείο **οριζόντιο** επίπεδο, η θέση ΦΜ θα συμπίπτει με την ΘΙ της ΑΑΤ. Επομένως το **πλάτος** της ταλάντωσης θα είναι ίσο με το d, δηλαδή:

$$\boxed{A_1 = d = 0,2\,m}$$

Επίσης: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{5}} \Rightarrow \boxed{\omega = 5\,rad/s}$



Το Σ_3 φτάνει στην ΘΙ με **μέγιστη** ταχύτητα, που έχει μέτρο:

$$\upsilon_2 = \omega A_1 = 5 \cdot 0,2 \Rightarrow \boxed{\upsilon_2 = 1\,m/s}$$

Επειδή η κρούση είναι κεντρική και ελαστική και τα σώματα έχουν ίσες μάζες, επομένως **θα ανταλλάξουν ταχύτητες**, οπότε:

$\boxed{\upsilon_1' = \upsilon_2 = 1\,m/s}$ και $\boxed{\upsilon_2' = -\upsilon_1 = -6\,m/s}$ Το (-) είναι λόγω αρνητικής φοράς.

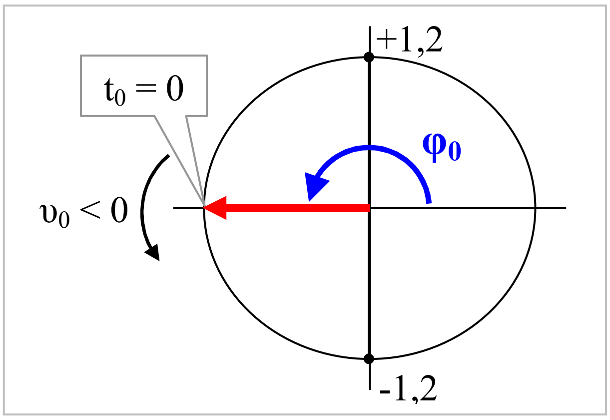
Όμως επειδή το Σ_3 μετά την κρούση είναι στην ΘΙ το **μέτρο** της ταχύτητας που έχει θα είναι το **μέγιστο**, οπότε:

$$\upsilon_{max} = |\upsilon_2'| \Rightarrow \boxed{\upsilon_{max} = 6\,m/s}$$

Όμως: $\upsilon_{max} = \omega A \Rightarrow 6 = 5A \Rightarrow \boxed{A = 1,2\,m}$

Την αρχική φάση την υπολογίζουμε με το περιστρεφόμενο διάνυσμα. Από το σχήμα προκύπτει ότι:

$$\boxed{\varphi_0 = \pi\,rad}$$



Τελικά η **χρονική** εξίσωση του Σ_3 θα είναι:

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \boxed{x = 1,2\eta\mu(5t + \pi)\,(SI)}$$

Δ4. Θα χρησιμοποιήσουμε την ΑΔΕΤ για την ΑΑΤ του $Σ_3$:

$$\left.\begin{aligned} E &= K + U \\ K &= 8U \end{aligned}\right\} \Rightarrow E = 8U + U \Rightarrow (E = U_{max}) \Rightarrow U_{max} = 9U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = 9\frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \pm\frac{A}{3} \Rightarrow \boxed{x = \pm 0,4\ \text{m}}$$

Για **πρώτη φορά** όμως, η τιμή του x θα είναι **αρνητική**, αφού το σώμα κινείται προς τα αρνητικά, επομένως:

$$\boxed{x = -0,4\ \text{m}}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής θα είναι:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F = -kx = -125 \cdot (-0,4) \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta p}{\Delta t} = 50\ \text{Kgm/s}^2}$$

$$\left.\begin{aligned} E &= K + U \\ K &= 8U \Rightarrow U = \frac{K}{8} \end{aligned}\right\} \Rightarrow E = K + \frac{K}{8} \Rightarrow (E = K_{max}) \Rightarrow K_{max} = 9\frac{K}{8} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2 = \frac{9}{8}\frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow 6^2 = \frac{9}{8}\upsilon^2 \Rightarrow \boxed{\upsilon = \pm 4\sqrt{2}\ \text{m/s}}$$

Για **πρώτη φορά** όμως, η τιμή της υ θα είναι **αρνητική**, αφού το σώμα κινείται προς τα αρνητικά, επομένως:

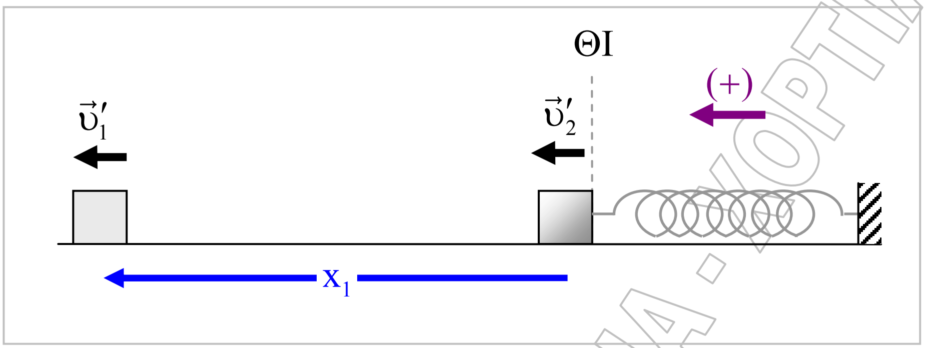
$$\boxed{\upsilon = -4\sqrt{2}\ \text{m/s}}$$

Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας θα είναι:

$$\left|\frac{\Delta K}{\Delta t}\right| = |\Sigma F \cdot \upsilon| = |-kx\upsilon| = \left|-125 \cdot (-0,4) \cdot (-4\sqrt{2})\right| \Rightarrow \boxed{\left|\frac{\Delta K}{\Delta t}\right| = 200\sqrt{2}\ \text{J/s}}$$

Δ5. Το σώμα περνά για **πρώτη φορά** από το ΦΜ μετά από χρόνο ίσο με T/2.

Επομένως: $t_1 = \frac{T}{2} = \frac{2\pi/5}{2} \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{\pi}{5}\,s}$



Στο ίδιο χρονικό διάστημα το σώμα Σ_2 κινείται με **σταθερή ταχύτητα** οπότε:

$$\upsilon_1' = \frac{x_1}{t_1} \Rightarrow 1 = \frac{x_1}{\pi/5} \Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{\pi}{5}\,s}$$